

Recursos y estrategias metodológicas para desarrollar la competencia matemática desde las primeras edades

Angel Alsina

Berritzegune de Basauri-Galdakao, 16-10-13

Introducción

Hasta hace relativamente pocos años los currículos de matemáticas (y de prácticamente todas las materiales escolares) estaban diseñados para adquirir contenidos: los alumnos de hace dos, tres o más décadas debían aprender (muchas veces sin comprender) algoritmos, definiciones más o menos abstractas, etc., que permitían, con mayor o menor suerte, aprobar un examen que a menudo consistía en resolver ejercicios aplicados en función del tema objeto de examen. De esta forma, sin pretender generalizar, se fomentó que muchas inteligencias académicas “fracasaran” ante las situaciones problemáticas que va planteando la vida (interpretar una factura del gas; negociar una hipoteca en el banco; reconocer cuales son las mejores ofertas que ofrece un supermercado; comprar los muebles de acuerdo con las medidas reales de una habitación; etc.).

Diversos organismos internacionales, como por ejemplo la *Organisation for Economic Co-operation and Development* (OECD, 2006), fueron alertando progresivamente de este desequilibrio entre la formación escolar y las exigencias sociales e impulsaron una transformación de los currículos que permitiera evolucionar en este sentido. En el caso concreto del currículo de matemáticas, se vio la necesidad de preparar a los alumnos no sólo para dominar los contenidos matemáticos, sino especialmente para poder usarlos en el momento necesario y con un objetivo concreto, a menudo más próximo a situaciones funcionales y en contextos de vida cotidiana que a su uso académico.

Este nuevo planteamiento curricular implica partir de un enfoque mucho más globalizado que no se limite a los contenidos de una única área, sino trabajar de forma integrada, explorando como se potencian unos y otros y usándolos sin prejuicios. Además, exige trabajar para favorecer la autonomía mental de los alumnos, potenciando la elaboración de hipótesis, las estrategias creativas de resolución de problemas, la discusión, el contraste, la negociación de significados, la construcción conjunta de

soluciones y la búsqueda de formas para comunicar planteamientos y resultados. En definitiva, pues, se trata de ayudar a gestionar el conocimiento, las habilidades y las emociones para conseguir un objetivo.

En *Principles and standards for school mathematics* (NCTM, 2000) se presenta un planteamiento que va en esta línea, en el que junto a los contenidos matemáticos que deberían aprenderse se hace referencia a los procesos matemáticos, y la integración de contenidos y procesos es la que da lugar al cuerpo de conocimientos matemáticos.

Los procesos matemáticos ponen de relieve las formas de adquisición y uso de dichos contenidos. Su trabajo sistemático desde la Educación Infantil permite: a) introducir a los alumnos en las formas de pensar propias de las matemáticas: razonar, argumentar, descubrir, representar, modelizar, demostrar, etc.; b) dar aplicabilidad a los contenidos matemáticos en diferentes contextos: en la escuela y, sobre todo, fuera de ella; c) y, como no, empoderar la competencia matemática.

La competencia matemática: ¿qué es y como puede desarrollarse?

Desde hace algunos años se ha ido incorporando el término “competencia” en el argot del profesorado. Se trata de un término importado del mundo empresarial muy complejo de definir, por lo que prácticamente existen tantas definiciones como autores han tratado de definirlo. No pretendo aportar una definición más, puesto que reconocidos expertos han publicado numerosos artículos y libros y han pronunciado múltiples conferencias sobre el tema; sin embargo, de las palabras de estos reconocidos expertos pueden extrapolarse dos ideas opuestas: los más optimistas lo ven como la solución a todos los males, mientras que los más escépticos apuntan que este término no aporta nada nuevo, puesto que desde siempre la escuela ha formado a personas competentes.

Ni blanco ni negro. Por supuesto, no comparto en absoluto la opinión de los que consideran que la palabra “competencia” es un tecnicismo más en la lista de vocablos que aparecen cada vez que se aprueba una nueva ley de educación. Sólo podría compartir esta idea -y además de forma parcial- si lo que se quiere expresar en realidad es que la escuela tradicional ha formado desde siempre a personas académicamente competentes. La implantación de un currículo orientado a la adquisición de competencias básicas significa un paso adelante y pretende, en principio, formar personas con un mayor grado de eficacia para afrontar los problemas reales que plantea la vida, más allá de los estrictamente académicos. Este es un cambio substancial, pero de entrada no es garantía de nada puesto que implica -necesariamente- sacudir algunas

creencias o estereotipos muy arraigadas respecto a los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Desde esta perspectiva, en primer lugar se realiza una breve aproximación conceptual sobre la competencia matemática y, en segundo lugar, se indaga sobre cómo desarrollar la competencia matemática.

Definición de competencia matemática

Niss (2002) define la competencia matemática como la habilidad para comprender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de contextos y situaciones en las que las matemáticas juegan o pueden desempeñar un papel. Este autor identifica ocho competencias matemáticas que clasifica en dos grupos:

Cuadro 1: Competencias matemáticas (Niss, 2002)

<i>Primer grupo: preguntar y responder preguntas dentro de y con las matemáticas</i>	<i>Segundo grupo: gestionar el lenguaje matemático y las herramientas matemáticas</i>
<ul style="list-style-type: none"> - Dominio de modos de pensamiento matemático - Planteamiento y resolución de problemas matemáticos - Análisis y construcción de modelos - Razonamiento matemático 	<ul style="list-style-type: none"> - Representación de entidades matemáticas - Manejo de símbolos matemáticos y formalismos - Comunicación en, con, y acerca de las matemáticas - Uso de recursos y herramientas

Por otro lado, en el marco del Proyecto PISA 2003, la OECD (2004) usa en un primer momento el término "alfabetización matemática" (*mathematical literacy*) para referirse a las capacidades individuales de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando formulan y resuelven problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones. En el Proyecto PISA 2006 (OECD, 2007) substituye este término por el de "competencia matemática" para resaltar su carácter funcional, y se concibe como la capacidad de un individuo para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos en que se presenten necesidades para su vida individual como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.

De los datos aportados por Niss y la OECD podemos extraer que ser matemáticamente competente implica (Alsina, 2009a):

- Pensar matemáticamente: construir conocimientos matemáticos a partir de situaciones en las que tengan sentido, experimentar, intuir, relacionar conceptos y realizar abstracciones.
- Razonar matemáticamente: realizar deducciones e inducciones, particularizar y generalizar; argumentar las decisiones tomadas, así como la lección de los procesos seguidos y de las técnicas usadas;
- Plantearse y resolver problemas: leer y entender el enunciado, generar preguntas relacionadas con una situación problemática, planificar y desarrollar estrategias de resolución y verificar la validez de las soluciones;
- Obtener, interpretar y generar información con contenido matemático;
- Usar las técnicas matemáticas básicas (para contar, operar, medir, situarse en el espacio y organizar y analizar datos) y los instrumentos (calculadoras y TIC, de dibujo y de medida) para hacer matemáticas.
- Interpretar y representar expresiones, procesos y resultados matemáticos con palabras, dibujos, símbolos, números y materiales.
- Comunicar el trabajo y los descubrimientos a los demás, tanto oralmente como por escrito, usando de forma progresiva el lenguaje matemático.

Desarrollo de la competencia matemática

Alsina (2010) plantea que para favorecer el desarrollo de la competencia matemática desde las primeras edades es preciso partir de contextos de aprendizaje significativos y ajustados a las necesidades de los alumnos para aprender matemáticas. Haciendo un símil con la pirámide de la alimentación, plantea una Pirámide de la Educación Matemática en la que se indica de forma sencilla el tipo de recursos necesarios para desarrollar el pensamiento matemático y su frecuencia de uso más recomendable. Como en el caso de la pirámide alimentaria, no descarta ningún recurso, sólo informa sobre la conveniencia de restringir algunos de ellos a un uso ocasional y, por eso, puede ser una herramienta muy útil para el profesorado preocupado por hacer de su metodología una garantía de educación matemática.



Figura 1: Pirámide de la Educación Matemática (Alsina, 2010)

En la base de este diagrama piramidal están los recursos que necesitan todos alumnos y que, por lo tanto, se podrían y deberían “consumir” diariamente para desarrollar el pensamiento matemático en general y la competencia matemática en particular. Ahí están las situaciones problemáticas y los retos que surgen en la vida cotidiana de cada día; la observación y el análisis de los elementos matemáticos de nuestro contexto (matematización del entorno); la manipulación con materiales diversos, dado que la acción sobre los objetos posibilita que los alumnos puedan elaborar esquemas mentales de conocimiento; o bien el uso de juegos, entendidos como la resolución de situaciones problemáticas. Después aparecen los que deben “tomarse” alternativamente varias veces a la semana, como los recursos literarios: cuentos populares, narraciones, novelas y canciones con un contenido matemático; o los recursos tecnológicos como el ordenador y la calculadora. Por último, en la cúspide, se encuentran los recursos que deberían usarse de forma ocasional, concretamente los libros de texto.

Sin embargo, el libro de texto continúa ejerciendo un control considerable en el diseño y el desarrollo de la enseñanza de las matemáticas por lo que, en realidad, en la práctica diaria de muchos docentes este organigrama piramidal está invertido: en la base están los libros de texto, que vendrían a ser como las carnes grasas o los pasteles; mientras que la matematización del entorno, el uso de materiales manipulativos, juegos, etc. “se consumen muy poco”. En nutrición, la inversión de la pirámide conlleva problemas de

salud, como por ejemplo la obesidad. En educación matemática, la inversión del organigrama piramidal conlleva también graves problemas. Estos problemas han sido analizados desde distintas disciplinas, entre ellas la educación matemática: aprendizajes poco significativos, desmotivación, falta de comprensión, etc., y son los que han dado lugar, en términos generales, a una escasa competencia matemática. Parece necesario, pues, repensar qué tipo de actividades ofrecemos a los alumnos para poder desarrollar su competencia matemática.

Desde este marco, ¿qué características deberían tener las actividades matemáticas que planteamos a nuestros alumnos para poder ser consideradas ricas desde un punto de vista competencial? Broomes (1989) expone que toda actividad rica debería tener los rasgos siguientes:

- Está relacionada con el contenido curricular, tanto el currículo intencional como el que se tiene que desarrollar.
- Permite establecer conexiones entre distintas áreas del currículo dentro o fuera de las matemáticas, con lo que amplía la imagen de las ideas matemáticas y desarrolla significados.
- Sirve como introducción y motivación para un contenido básico y, por lo tanto, su presencia en el currículo desarrollado está justificada.
- Supone un reto para la mayoría de alumnos ya que incluye una gradación de dificultades para diferentes ritmos de aprendizaje, partiendo de las posibilidades de todos los alumnos y permitiendo su expansión para los más rápidos.
- Facilita la implicación de todos los alumnos, ya que permite el establecimiento de conexiones con el contexto de fuera del aula.
- Es flexible, favoreciendo al alumno que relacione conocimientos y los aplique.
- Pretende la búsqueda de respuestas y la generación de buenas preguntas.
- Finaliza cuando el alumno es consciente de sus aprendizajes, reflexionando, interiorizando y relacionando aprendizajes anteriores y vivencias no escolares.

Planas y Alsina (2009) retoman los siete principios clásicos de la enseñanza de las matemáticas, elaborados por el matemático inglés John Perry y sintetizados en Price (1986, p. 114) y, a modo de decálogo, los completan con tres principios más, ubicados al final de la lista para concretar las características de una buena práctica matemática:

- Tener en cuenta la motivación y los intereses del alumnado.
- Basar lo abstracto en la experiencia concreta para promover la comprensión.

- Emplear actividades que supongan el uso de la mano y el ojo, y no solo de la oreja, en conjunción con el cerebro, así como de los métodos gráficos.
- Adoptar métodos experimentales y heurísticos: experimento, estimación, aproximación, observación, inducción, intuición, sentido común, etc.
- Retrasar el rigor lógico y la preocupación inicial por los fundamentos, y restringir los elementos deductivos formales, admitiendo diversas formas de demostración.
- Simplificar, ensanchar y unificar la materia-disciplina de las matemáticas, e ignorar las divisiones artificiales tradicionales.
- Correlacionar las matemáticas con la ciencia y el trabajo de laboratorio, y relacionar las matemáticas con la vida y sus aplicaciones.
- Recordar la necesidad de incorporar el rigor lógico y la preocupación por los fundamentos en los momentos posteriores a la experiencia concreta.
- Introducir formas de validación de la práctica matemática que no hayan surgido de la implicación del alumnado en las actividades propuestas.
- Generar motivación e interés en el alumnado por problemas matemáticos.

Añaden los tres últimos principios con la intención de cerrar “mejor” el círculo, retomando cuestiones y prácticas matemáticas de importancia que podrían no ser incorporadas en el desarrollo del currículo si solo se tuvieran en cuenta la motivación y los intereses del alumnado o si se retrasara tanto el rigor lógico y la preocupación por los fundamentos que, finalmente, no se volviera a ellos.

Todos los autores mencionados coinciden en que uno de los rasgos característicos de una buena práctica matemática es que debe correlacionarse con la vida y basarse en experiencias concretas, que es uno de los planteamientos de la Educación Matemática Realista (EMR).

Como se indica en Alsina (2009b) esta teoría, que no pretende ser una teoría general del aprendizaje como lo es, por ejemplo, el constructivismo, se desarrolla en el Instituto para el Desarrollo de la Educación Matemática de la Universidad de Utrecht (Holanda), hoy conocido como Instituto Freudenthal. Inicialmente, la EMR más que ser una teoría clara y sencilla de educación matemática, consistió en ideas básicas centradas en el *cómo* y el *qué* de la enseñanza matemática. En su etapa inicial la EMR se sustentó en las siguientes características:

- El uso de contextos como vehículos para el crecimiento entre lo concreto y lo abstracto.
- El uso de modelos como columna vertebral del progreso.
- El uso de las construcciones y producciones libres de los alumnos en los procesos de enseñanza/aprendizaje.
- El entrelazado de los diversos ejes en el currículum de matemáticas.

Actualmente, la EMR se fundamenta en seis principios fundamentales, que vamos a describir a continuación de forma muy sintética (para una revisión en profundidad, consultar Freudenthal, 1991):

Cuadro 2: Principios de la EMR

<i>Principio</i>	<i>¿Qué es?</i>	<i>¿Cómo puede trabajarse?</i>
De actividad	Las matemáticas se consideran una actividad humana. La finalidad de las matemáticas es <i>matematizar</i> (organizar) el mundo que nos rodea, incluyendo a la propia matemática. La matematización es una actividad de búsqueda y de resolución de problemas, pero también es una actividad de organización de un tema.	Matematizar involucra principalmente generalizar y formalizar. Formalizar implica modelizar, simbolizar, esquematizar y definir, y generalizar conlleva reflexión.
De realidad	Las matemáticas se aprenden haciendo matemáticas en <i>contextos reales</i> . Un contexto real se refiere tanto a situaciones problemáticas de la vida cotidiana y situaciones problemáticas que son reales en la mente de los alumnos.	El contexto de los problemas que se presentan a los alumnos puede ser el mundo real, pero esto no es necesariamente siempre así. Es necesario que progresivamente se desprendan de la vida cotidiana para adquirir un carácter más general, o sea, para transformarse en modelos matemáticos.
De niveles	Los estudiantes pasan por distintos niveles de comprensión: <ul style="list-style-type: none"> - Situacional: en el contexto de la situación. - Referencial: esquematización a través de modelos, descripciones, etc. - General: exploración, reflexión y generalización. - Formal: Procedimientos estándares y notación convencional. 	Esquematización progresiva (profesor) y reinención guiada (aprendiz): las situaciones de la vida cotidiana son matematizadas para formar relaciones más formales y estructuras abstractas.
De reinención guiada	Proceso de aprendizaje que permite reconstruir el conocimiento matemático formal.	Presentar situaciones problemáticas abiertas que ofrezcan una variedad de estrategias de solución. Permitir que los estudiantes muestren sus estrategias e invenciones a otros. Discutir el grado de eficacia de las

		estrategias usadas.
De interacción	La enseñanza de las matemáticas es considerada una actividad social. La interacción entre los estudiantes y entre los estudiantes y los profesores puede provocar que cada uno reflexione a partir de lo que aportan los demás y así poder alcanzar niveles más altos de comprensión.	La negociación explícita, la intervención, la discusión, la cooperación y la evaluación son elementos esenciales en un proceso de aprendizaje constructivo en el que los métodos informales del aprendiz son usados como un a plataforma para alcanzar los formales. En esta instrucción interactiva, los estudiantes son estimulados a explicar, justificar, convenir y discrepar, cuestionar alternativas y reflexionar.
De interconexión	Los bloques de contenido matemático (numeración y cálculo, álgebra, geometría, ...) no pueden ser tratados como entidades separadas.	Las situaciones problemáticas deberían incluir contenidos matemáticos interrelacionados.

Así, pues, de forma muy reduccionista, los rasgos más significativos de la EMR son los siguientes:

- Se trata de un enfoque en el que se utilizan situaciones de la vida cotidiana o problemas contextuales como punto de partida para aprender matemáticas. Progresivamente, estas situaciones son matematizadas a través de modelos, mediadores entre lo abstracto y lo concreto, para formar relaciones más formales y estructuras abstractas.
- Se apoya en la interacción en el aula entre los estudiantes y entre el profesor y los estudiantes. Esta interacción, que debe ser intensa, permitirá a los profesores construir sus clases teniendo en cuenta las producciones de los estudiantes.
- Otra idea clave es que a los estudiantes se les debería dar la oportunidad de reinventar las matemáticas bajo la guía de un adulto en lugar de intentar transmitirles una matemática pre-construida.

En base a estos principios, Alsina (2011, 2012, 2013) ofrece al profesorado de las primeras edades un enfoque renovado de la enseñanza de las matemáticas para favorecer el desarrollo de la competencia matemática a partir de contextos de vida cotidiana.

A modo de conclusión: indicadores competenciales

Tomando en consideración los aspectos anteriores, es evidente que el currículo de matemáticas contemporáneo plantea al profesorado la necesidad de valorar hasta qué punto se tratan las competencias matemáticas en las actividades didácticas que planifica y desarrolla con los estudiantes. En este sentido, se aportan diez indicadores formulados

en forma de preguntas que pueden orientar al profesorado sobre el grado en que se cultivan las competencias en una actividad concreta o en una pequeña secuencia de actividades. Se parte de la base que la riqueza competencial depende de cómo se plantea la actividad, es decir, de sus características, pero también de cómo se gestiona en el aula. Por este motivo los indicadores se han agrupado en estos dos bloques:

Cuadro 3: Indicadores competenciales (CREAMAT, 2009)

<i>Planteamiento de la actividad</i>	
1	¿Se trata de una actividad que tiene por objetivo responder a un reto? El reto puede referirse a un contexto cotidiano, puede enmarcarse en un juego, o bien puede tratar de una regularidad o hecho matemático.
2	¿Permite aplicar conocimientos ya adquiridos y hacer nuevos aprendizajes?
3	¿Ayuda a relacionar conocimientos diversos dentro de la matemática o con otras materias?
4	¿Es una actividad que se puede desarrollar de diferentes formas y estimula la curiosidad y la creatividad de los niños y niñas?
5	¿Implica el uso de instrumentos diversos como por ejemplo material que se pueda manipular, herramientas de dibujo, software, etc.?
<i>Gestión de la actividad</i>	
6	¿Se fomenta la autonomía y la iniciativa de los niños y niñas?
7	¿Se interviene a partir de preguntas adecuadas más que con explicaciones?
8	¿Se pone en juego el trabajo y el esfuerzo individual pero también el trabajo en parejas o en grupos que implica conversar, argumentar, convencer, consensuar, etc.?
9	¿Implica razonar sobre el que se ha hecho y justificar los resultados?
10	¿Se avanza en la representación de manera cada vez más precisa y se usa progresivamente lenguaje matemático más preciso?

Como puede apreciarse, los interrogantes anteriores dan pistas muy claras de cómo debería ser una práctica que pretenda favorecer el desarrollo de la competencia matemática.

Referencias bibliográficas

- Alsina, A. (2009a). Matemáticas en la educación primaria. En N. Planas y A. Alsina (2009). *Educación matemática y buenas prácticas* (pp. 93-138). Barcelona: Graó.
- Alsina, A. (2009b). El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado. En M.J. González, M.T. González y J. Murillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIII* (pág. 119-127). Santander: SEIEM.

- Alsina, A. (2010). La “pirámide de la educación matemática”, una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de Innovación Educativa*, 189, 12-16.
- Alsina, A. (2011). *Educación matemática en contexto de 3 a 6 años*. Barcelona: ICE-Horsori.
- Alsina, A. (2012). Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática en las primeras edades. *Números*, 80, 7-24.
- Alsina, A. (2013). Early Childhood Mathematics Education: Research, Curriculum, and Educational Practice. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 100-153
- Broomes, D. (1989). *Using goals to construct useful forms of school mathematics*. París: UNESCO, Col. Science and Technology Education, Document Series nº 35.
- CREMAT (2009). *Preguntas que pueden servir de indicadores del nivel de riqueza competencial de una actividad*. Disponible en <<http://phobos.xtec.cat/creamat>>. Fecha de consulta: 17/10/2009.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Va.: The National Council of Teachers of Mathematics
- Niss, M. (2002). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: the Danish Kom Project*. Roskilde: Roskilde University.
- OECD (2004). *Learning for tomorrow's world: First results from PISA 2003*. Paris: OECD.
- OECD (2006). *Assessing scientific, reading and mathematical literacy: A framework from*
- OECD (2007). *PISA 2006 Science competence for tomorrow's world*. Paris: OECD.
- PISA 2006*. París: OECD.
- Planas, N. y Alsina, A. (2009). Epílogo. En N. Planas y A. Alsina (2009). *Educación matemática y buenas prácticas* (pp. 265-272). Barcelona: Graó.
- Price, M.H. (1986). The Perry Movement in school mathematics. En M. H. Price (Ed.), *The development of the secondary curriculum* (pp. 7-27). Londres: Croom Helm.